補足説明

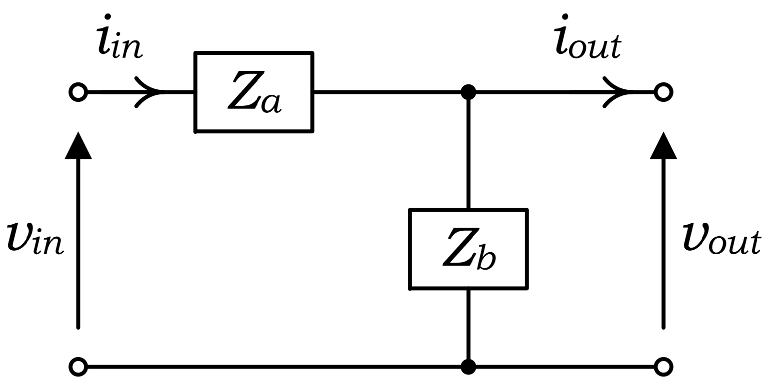
質問：回路や半導体デバイスの2端子対パラメータの求めかたがよく分かりません。

2端子対パラメータを求めるときには、下記の2つの方法があります。(2)の方法は、計算が複雑になるので、通常は、計算が楽な(1)の方法を使いますが、両方練習しておくとよいでしょう。

(1) 出力ポートに適当なインピーダンスを接続して求める方法

(2) 出力ポートに何も接続しないで求める方法

例題 次の回路のF行列を求めなさい。



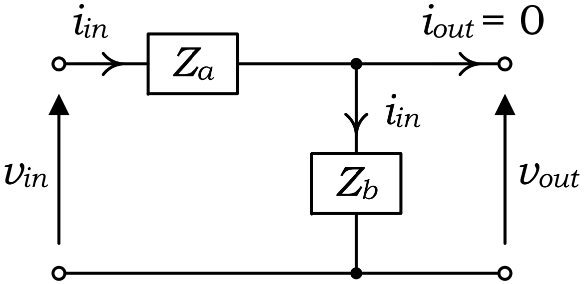
$$\begin{bmatrix} v_{in} \\ i_{in} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{out} \\ i_{out} \end{bmatrix}$$

$$A = \left.\frac{v_{in}}{v_{out}}\right|_{i_{out}=0}, \qquad B = \left.\frac{v_{in}}{i_{out}}\right|_{v_{out}=0}$$

$$C = \left.\frac{i_{in}}{v_{out}}\right|_{i_{out}=0}, \qquad D = \left.\frac{i_{in}}{i_{out}}\right|_{v_{out}=0}$$

(1) 出力に適当なインピーダンスを接続する方法１

出力や入力ポートに何かを接続しても、2端子対パラメータの値は変化しません。この性質を利用して、出力端子が開放(負荷抵抗 = ∞)と短絡(負荷抵抗 = 0)の場合を考えます。この方法は、計算が簡単ですが、なぜか殆どの受験生は知らないようです。

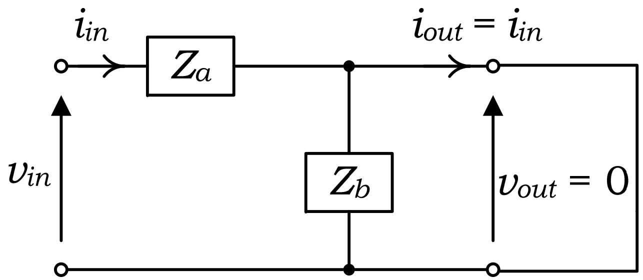


$i_{out} = 0$のとき

$$\begin{cases} v_{in} = (Z_a + Z_b) i_{in} \\ v_{out} = Z_b i_{in} \end{cases}$$

$$A = \frac{v_{in}}{v_{out}} = \frac{(Z_a + Z_b) i_{in}}{Z_b i_{in}} = 1 + \frac{Z_a}{Z_b}$$

$$C = \frac{i_{in}}{v_{out}} = \frac{1}{Z_b}$$



$v_{out} = 0$のとき

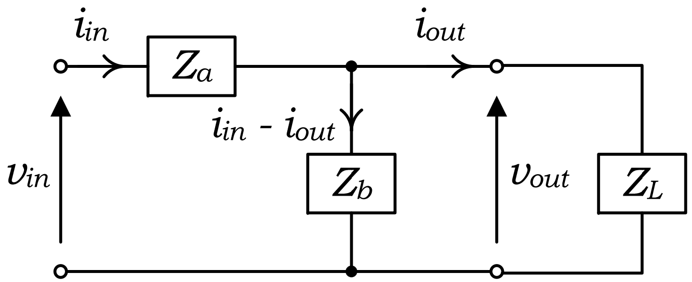
$$\begin{cases} v_{in} = Z_a i_{in} \\ i_{out} = i_{in} \end{cases}$$

$$B = \frac{v_{in}}{i_{out}} = \frac{Z_a i_{in}}{i_{in}} = Z_a$$

$$D = \frac{i_{in}}{i_{out}} = 1$$

(1) 出力に適当なインピーダンスを接続する方法２

2端子対パラメータは、出力や入力ポートに何かを接続しても値が変化しないとしても、無限大の抵抗を接続（開放）や0Ωの抵抗を接続（短絡）してもよいのか？という疑問が起こります。そこで、任意の抵抗R_Lを使用して同じ結果になるか確認しましょう。



$$\begin{cases} v_{in} = Av_{out} + Bi_{out} \\ i_{in} = Cv_{out} + Di_{out} \end{cases}$$

F行列

$$\begin{cases} v_{in} = Z_a i_{in} + Z_L i_{out} \\ i_{in} = \left(\dfrac{1}{Z_b} + \dfrac{1}{Z_L}\right) v_{out} \\ i_{out} = \dfrac{1}{Z_L} v_{out} \end{cases}$$

回路方程式

$$v_{in} = Z_a\left(\frac{1}{Z_b} + \frac{1}{Z_L}\right)v_{out} + \frac{Z_L}{Z_L}v_{out} = Av_{out} + \frac{B}{Z_L}v_{out}$$

$$B = Z_a + \left(\frac{Z_a}{Z_b} + 1 - A\right)Z_L$$

BがZ_Lによらない値であるためには、$\dfrac{Z_a}{Z_b} + 1 - A = 0$

$$A = 1 + \frac{Z_a}{Z_b}$$

$$B = Z_a$$

$$i_{in} = \left(\frac{1}{Z_b} + \frac{1}{Z_L}\right)v_{out} = Cv_{out} + \frac{D}{Z_L}v_{out}$$

$$D = 1 + \left(\frac{1}{Z_b} - C\right)Z_L$$

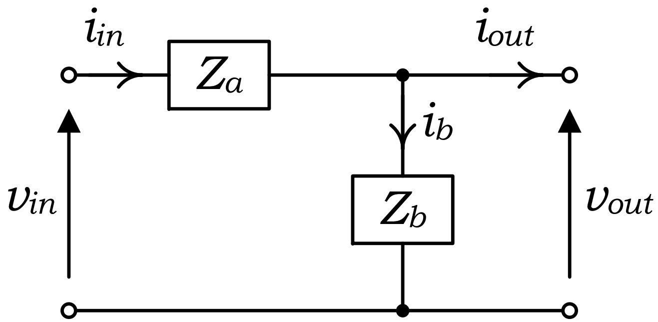
DがZ_Lによらない値であるためには、$\dfrac{1}{Z_b} - C = 0$

$$C = \frac{1}{Z_b}$$

$$D = 1$$

(2)出力ポートに何も接続しないで求める方法

行列の方程式と同じ形になるように回路方程式を変形させます。ポートの条件を考える必要がありませんが、回路方程式を解くのと同じ手間が必要です。



$$\begin{cases} v_{in} = Z_b i_b + Z_a i_{in} \\ i_{in} = i_b + i_{out} \\ v_{out} = Z_b i_b \end{cases}$$

$$v_{in} = Z_b i_b + Z_a(i_b + i_{out}) = (Z_b + Z_a)i_b + Z_a i_{out} = (Z_b + Z_a)\frac{1}{Z_b}v_{out} + Z_a i_{out} = Av_{out} + Bi_{out}$$

$$A = 1 + \frac{Z_a}{Z_b} \qquad B = Z_a$$

$$i_{in} = i_b + i_{out} = \frac{1}{Z_b}v_{out} + 1 \cdot i_{out} = Cv_{out} + Di_{out}$$

$$C = \frac{1}{Z_b} \qquad D = 1$$