

補足説明

質問：伝達関数の分子と分母が、 $(1 + j\omega/\omega_x)$ の形に上手く因数分解できない場合はどうしたらよいか。

1. 伝達関数をラプラス変数 s の関数として求めます。
2. 分母と分子を $(s + A)$ または $(s^2 + Bs + C)$ の形の因数に分解します。
3. 因数分解したまま、 $s = j\omega$ とにおいて、各因数のコーナ周波数を求めます。

伝達関数の分母と分子は、 s を変数とする実係数 n 次多項式で表せる

線形回路の回路方程式は、微分、積分、定数倍と加減算で表される。ラプラス変換すると、 s 係数（微分）、 $1/s$ 係数（積分）、定数倍（減衰または増幅）の項からなる線形1次方程式（変数は $v(s)$ ）となる。この連立方程式を解いて伝達関数を求めるため、分母と分子が変数 s の n 次多項式となる。

伝達関数の分子と分母は、 s を変数とする実係数1次関数または2次関数に因数分解できる

伝達関数の分母または分子の関数を $P(s)$ とする。例えば、 $H(s) = \frac{1}{P(s)}$ のとき、

$P(s)$ が n 次多項式の場合、 $P(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0$

$\overline{P(s)} = P(\bar{s})$ より、 $P(s) = 0$ ならば、 $\overline{P(s)} = P(\bar{s}) = 0$

したがって、 $P(s) = 0$ の解が、 $s = A$ のとき、 $s = \bar{A}$ (共役複素数) も解である。

A が実数の場合、

$P(s) = (s - A)Q(s)$ のとき、 $(s - A)$ は実係数多項式なので、 $Q(s)$ は $(n-1)$ 次実係数多項式となる。

A が複素数の場合、

$P(s) = (s - A)(s - \bar{A})R(s)$ のとき、 $(s - A)(s - \bar{A}) = s^2 - (A + \bar{A})s + A\bar{A} = s^2 + Bs + C$ は実係数多項式なので、 $R(s)$ は $(n-2)$ 次実係数多項式となる。

したがって、 $P(s)$ は1次関数または2次関数に因数分解できます。 $P(s)$ が3次以上の場合、因数分解が面倒ですが、高校数学 (組立除法とか) を思い出しましょう。