

# 第6章 ネガティブフィードバック

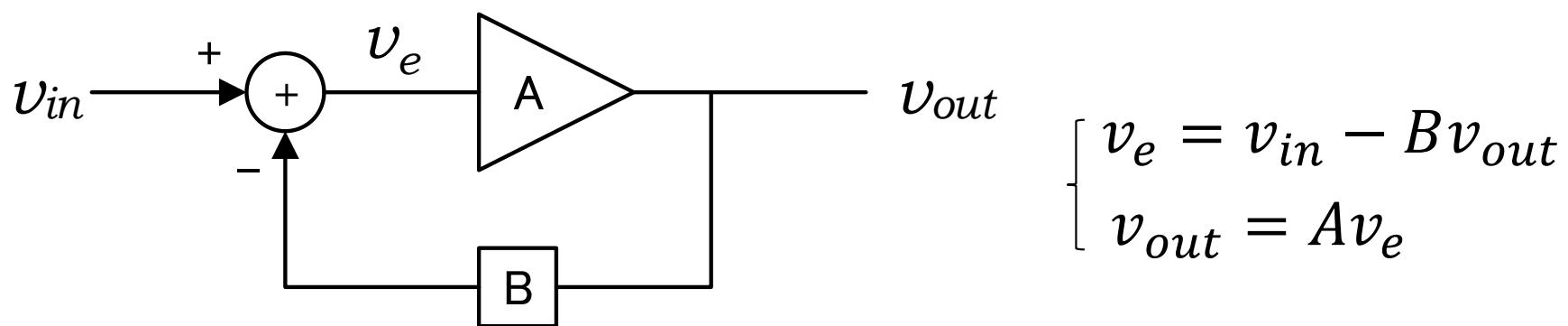
増幅器を用いた伝達関数設計

フィードバックによる増幅器特性の変更

## 6.1 フィードバックの効果

# 増幅器のフィードバック

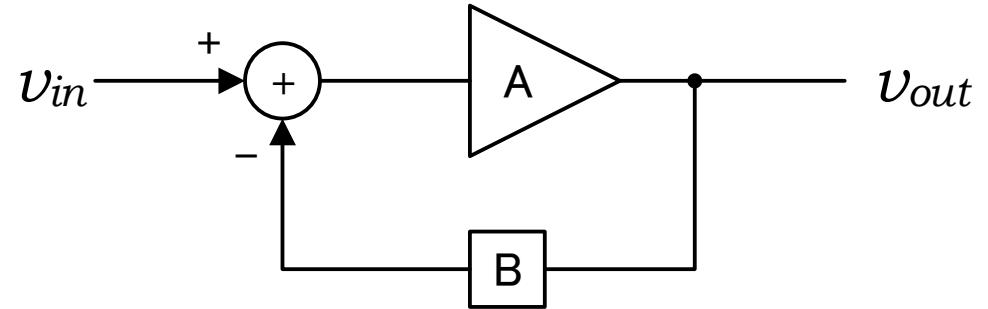
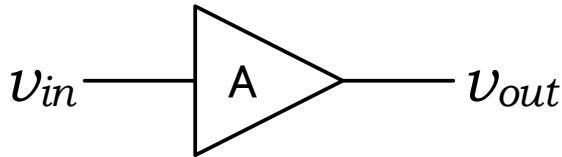
フィードバックループを持つ増幅器のブロックダイアグラム



$$v_{out} = \frac{A}{1 + AB} v_{in} = \frac{1}{\frac{1}{A} + B} v_{in} \xrightarrow{A \rightarrow \infty} \frac{1}{B} v_{in}$$

Aが十分大きければ、全体の利得 $v_{out}/v_{in}$ がBにより決定される。Bは $v_{out}$ を減衰させてフィードバック量を調整するための回路なので、R, L, Cなどの安定な受動素子やインピーダンスバッファで構成する。

# オープンループ利得とクローズド ループ利得



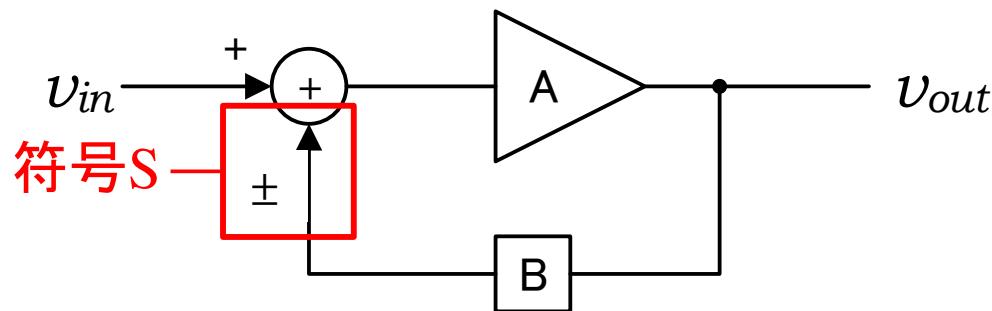
$$G_{open} = \frac{v_{out}}{v_{in}} = A$$

$$G_{close} = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{A}{1 + AB}$$

フィードバックしていないときの利得は、**オープンループ利得**(Open loop gain)と呼ばれる。

フィードバックしているときの利得は、**クローズドループ利得**(Closed loop gain)と呼ばれる。

# 正帰還と負帰還

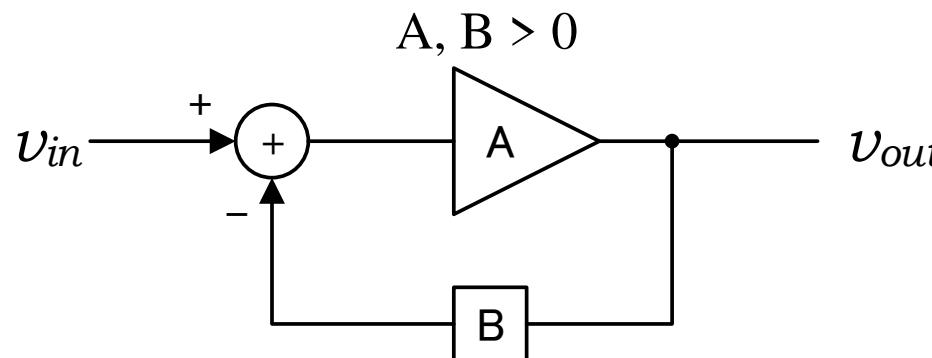


AとBの積は、信号がフィードバックループを一周する間の利得に相当するためループ利得(Loop gain)と呼ばれる。ループ利得の正負は、加算器の符号Sも含めて考える必要があるので注意。

- $ABS > 0$  (正帰還, Positive feedback, PFB)
  - 双安定性(メモリ、基準電圧)、発振、ブートストラップなどに利用
- $ABS < 0$  (負帰還, Negative feedback, NFB)
  - 回路の安定化、特性改善、伝達関数の設計などに利用

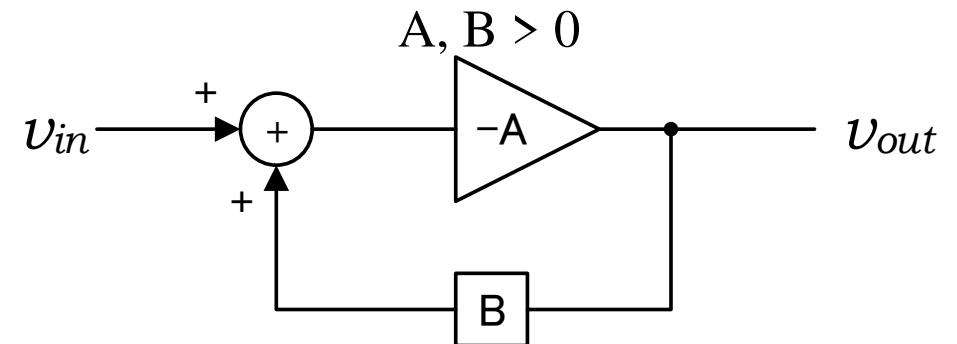
# 2種類のNFB

非反転増幅器のNFB



$$v_{out} = \frac{A}{1 + AB} v_{in} = \frac{1}{\frac{1}{A} + B} v_{in} \xrightarrow{A \rightarrow \infty} \frac{1}{B} v_{in}$$

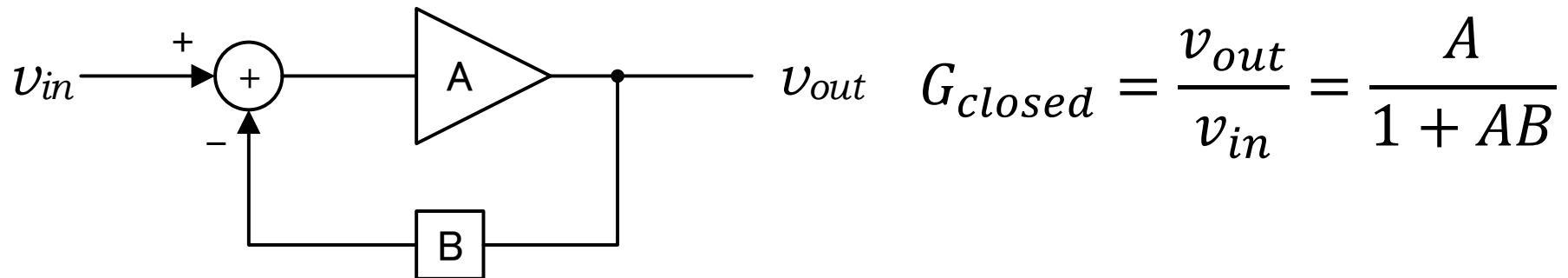
反転増幅器のNFB



$$v_{out} = \frac{-A}{1 + AB} v_{in} = \frac{-1}{\frac{1}{A} + B} v_{in} \xrightarrow{A \rightarrow \infty} -\frac{1}{B} v_{in}$$

Bに反転増幅器を用いればBが負の値になる場合も考えられるが、ここでは、Aのみに増幅器を用いる場合を考える。

# NFBによる回路の安定化



Aの変動に対する安定指数

$$S_A = \frac{\partial G_{closed}}{\partial A} = \frac{1}{1 + AB} - \frac{AB}{(1 + AB)^2} = \frac{1}{(1 + AB)^2} \xrightarrow{A \rightarrow \infty} 0$$

増幅器の利得Aが大きければ、クローズドループ利得 $G_{closed}$ は、  
Aと関係のない値になり、Aの変動の影響がなくなる。従って、  
 $|A|$ が十分に大きければ、 $|A|$ はどのような値でもかまわない。

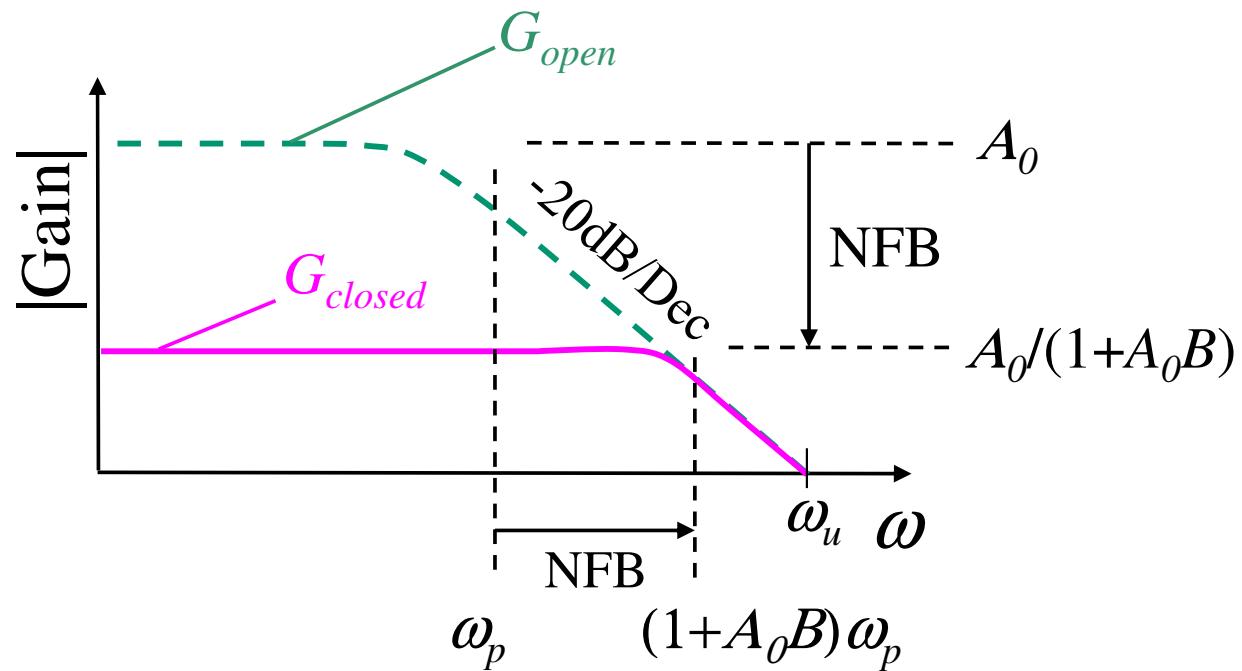
# NFBによる周波数特性の変更

Open loop gain

$$G_{open}(s) = A = \frac{A_0}{1 + \frac{s}{\omega_p}}$$

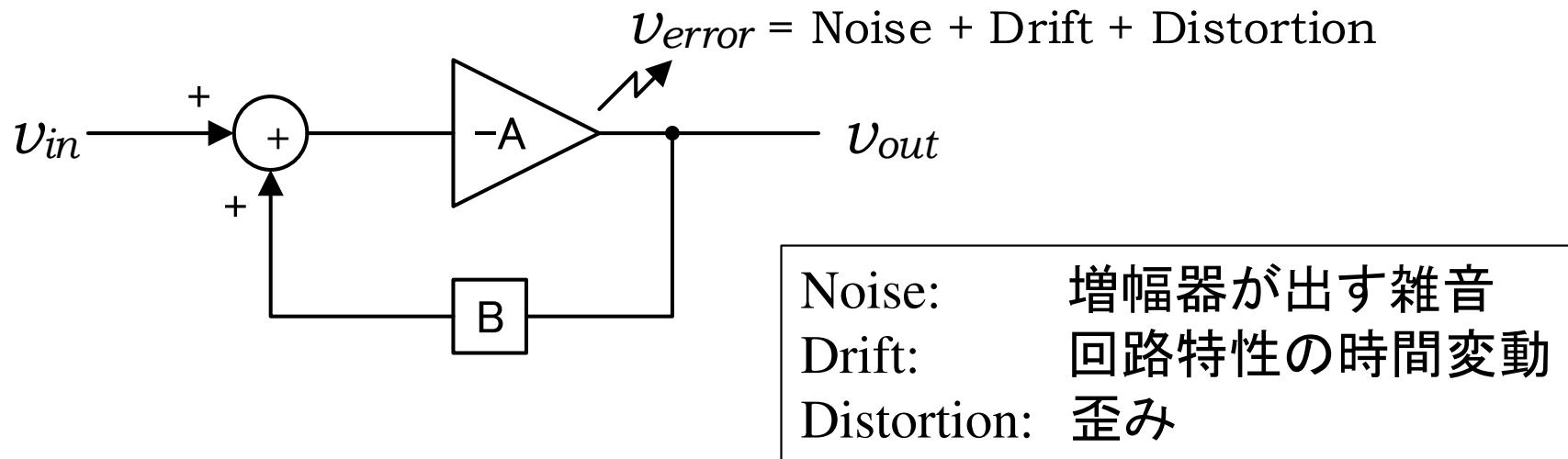
Closed loop gain

$$G_{closed}(s) = \frac{A}{1 + AB} = \frac{\frac{A_0}{1 + \frac{s}{\omega_p}}}{1 + \frac{A_0B}{1 + \frac{s}{\omega_p}}} = \frac{\frac{A_0}{1 + A_0B}}{1 + \frac{s}{(1 + A_0B)\omega_p}}$$



- Bの値により直流利得と遮断周波数が変更される
- GBPは変更されない

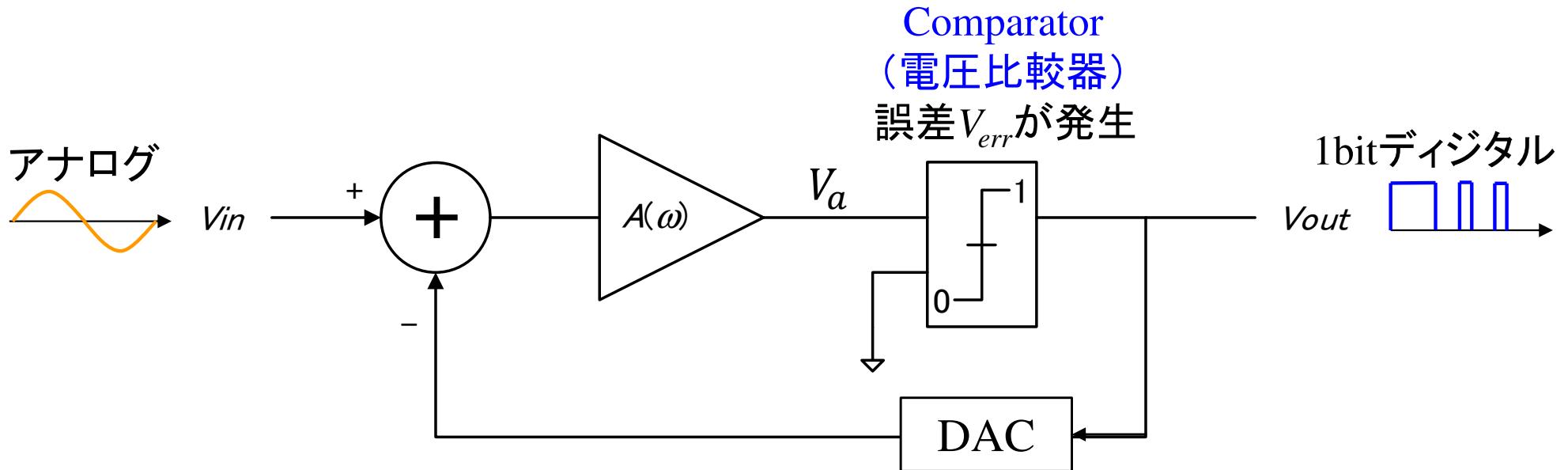
# NFBによる誤差出力の削減



$$v_{out} = \frac{-A}{1+AB} v_{in} + \frac{1}{1+AB} v_{error} \xrightarrow{A \rightarrow \infty} -\frac{1}{B} v_{in} \quad (v_{error} \text{が消滅})$$

Aが十分大きければ、増幅器の出力側で発生した雑音、ドリフト、歪みなどの誤差( $v_{error}$ )の出力への影響を削減することができる。ただし、増幅器の入力側に発生した誤差の出力への影響は削減できない。

# AD変換への応用



$$V_{out} = V_a + V_{err} = A(j\omega)(V_{in} - V_{out}) + V_{err}$$

$$(1 + A(j\omega))V_{out} = A(j\omega)V_{in} + V_{err}$$

$$V_{out}(\text{Digital}) = \frac{A(j\omega)}{1 + A(j\omega)} V_{in} + \frac{1}{1 + A(j\omega)} V_{err} \xrightarrow{A(j\omega) \approx \infty} V_{in}(\text{Analog})$$

$|A(j\omega)| \approx \infty$  の角周波数において、入力(アナログ)と出力(ディジタル)が等価。

# (重要) 利得誤差(Gain error)

実際の増幅回路は、利得が無限大ではないので、**利得誤差(Gain error)**が発生する。利得誤差により、信号処理の精度が下がる(回路設計目標とのずれが生じる)。

$v_{error} = 0$  のとき、

$$\begin{cases} G_i = -\frac{1}{B} & \text{設計値} \\ G_m = -\frac{A}{1+AB} & \text{実測利得} \end{cases}$$

(数値例)  
 $G_i = 10\text{dB}, A = 130\text{dB}$ のとき、  
誤差率は、 $-120\text{dB} = 10^{-6} = 0.0001\%$

$$\text{利得誤差率 } \varepsilon_{gain} = \frac{G_m - G_i}{G_i} = \frac{-1}{1+AB} \cong \frac{-1}{AB} = \frac{G_i}{A} = G_i(dB) - A(dB)$$

Aが大きいほど、誤差率が小さくなる。

# GBPと信号処理精度の関係

$$A(f) = |Gain| = \frac{GBP}{f}$$

$$\varepsilon_{gain} = \frac{G_m - G_i}{G_i} = \frac{G_i}{A} = \frac{G_i f}{GBP}$$

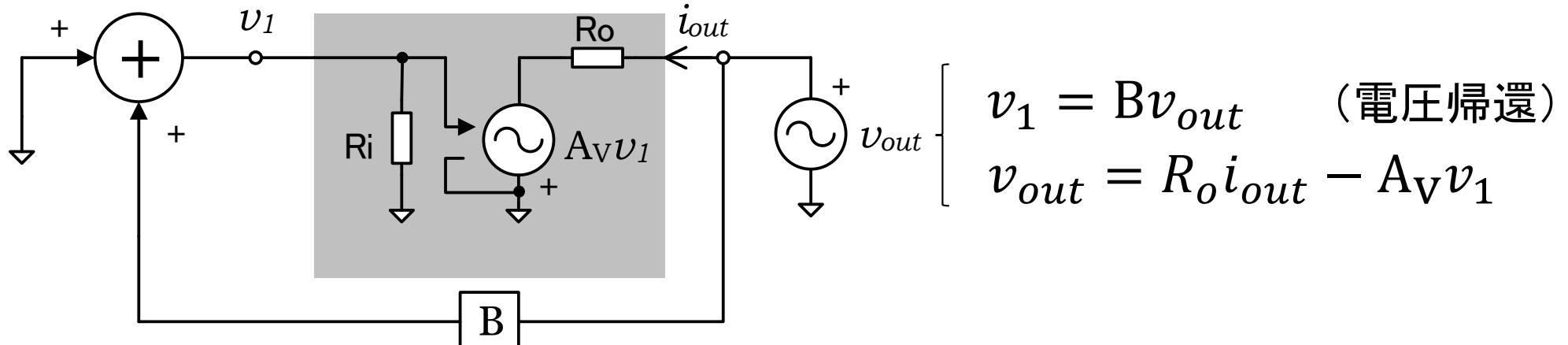
遮断周波数より高周波で、

- 誤差率は、周波数  $f$  に比例して大きくなる
- 誤差率は、GBPに反比例して小さくなる

GBPが負帰還回路の精度を決定している

(参考) 遮断周波数および直流利得はNFBにより変更できるが、  
GBPはNFBで変更できないため、増幅器のGBPがフィードバック  
を利用している回路(殆どの回路)の性能を決定している。

# 電圧フィードバックによる出力インピーダンスの変更



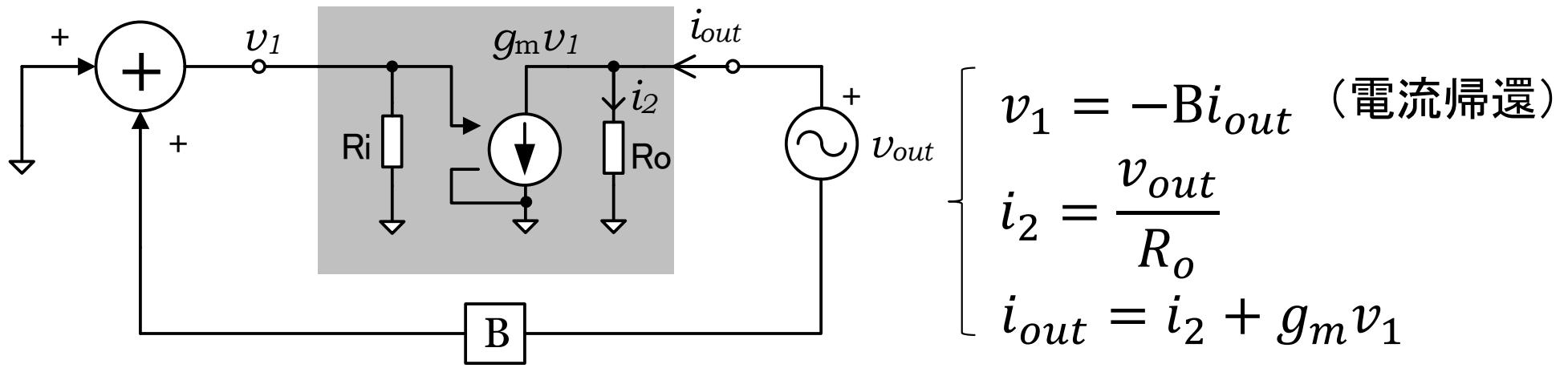
出力インピーダンス測定回路

$$v_{out} = R_o i_{out} - A_V B v_{out}$$

$$Z_{out} = \frac{v_{out}}{i_{out}} = \frac{R_o}{1 + A_V B}$$

出力インピーダンスは $1/(1 + A_V B)$ 倍に下がる。

# 電流フィードバックによる出力インピーダンスの変更



出力インピーダンス測定回路

$$Z_{out} = \frac{v_{out}}{i_{out}} = R_o(1 + g_m B)$$

出力インピーダンスは $(1 + g_m B)$ 倍に上がる。

(参考) 同様の考え方で、入力インピーダンスを変更することもできる。

増幅器の安定化

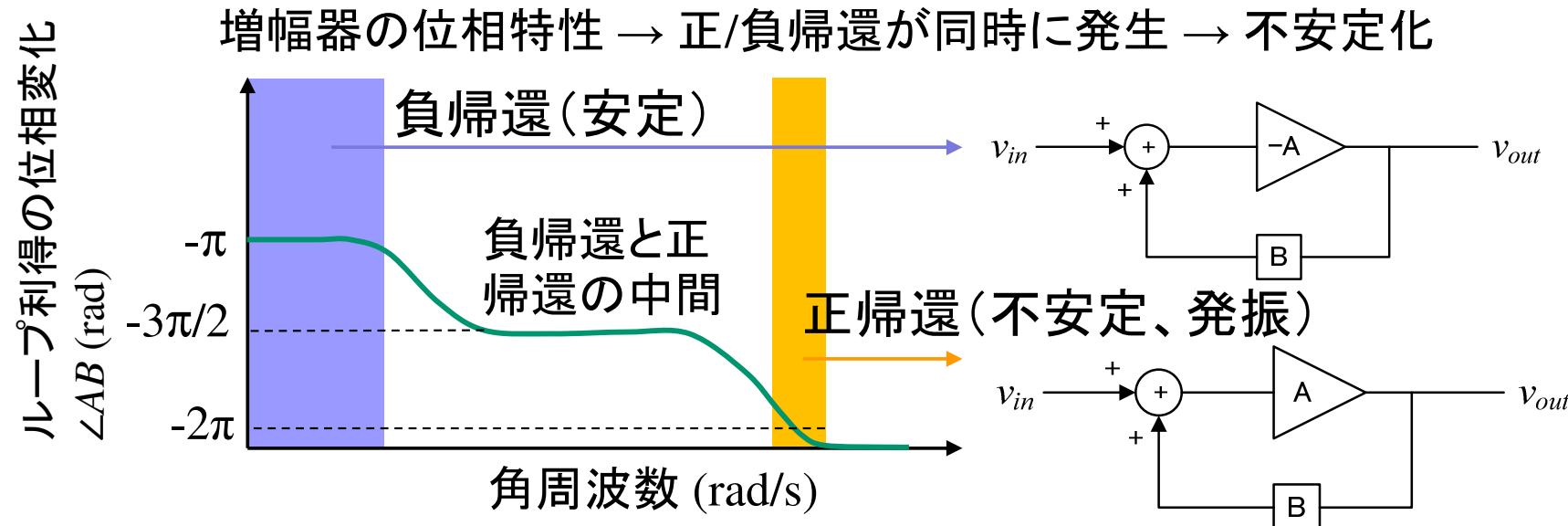
## 6.2 位相補償

# 増幅器に周波数特性がある場合

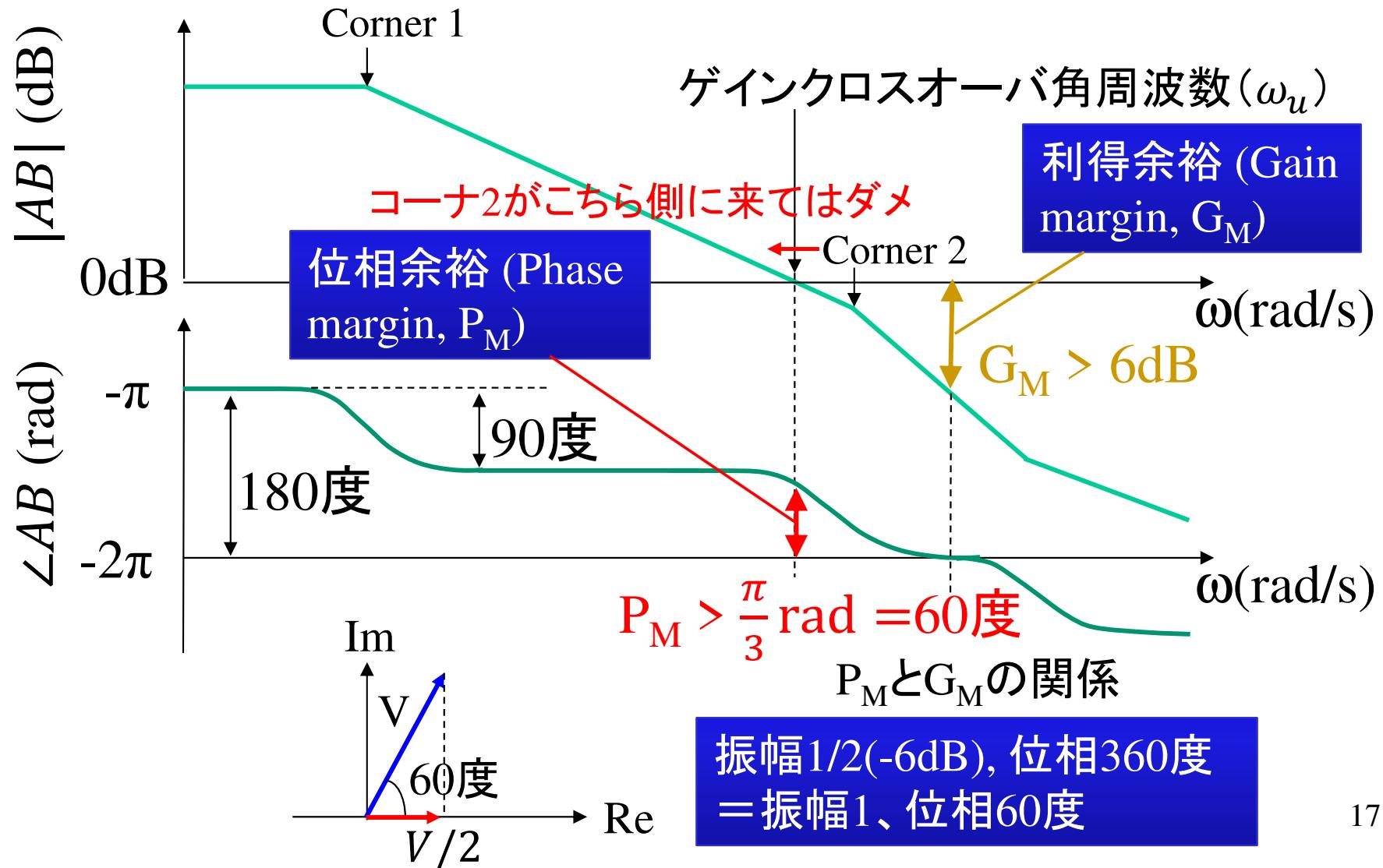
増幅器にNFBを加えることで、増幅器の利得を決定したり、様々な機能を作り出せるが、下記の問題を起こす可能性もある。

- ・ 不安定化(=定常状態になるまでに時間がかかる)
- ・ 発振(=入力信号がなくても出力が出てしまう)

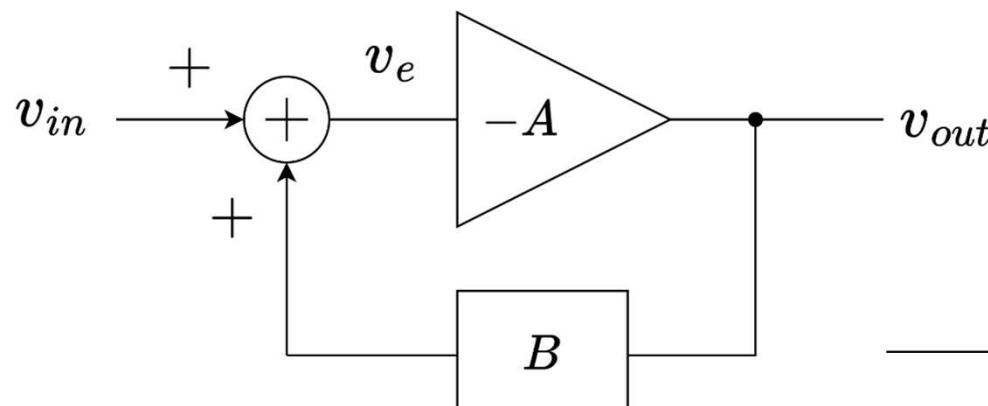
増幅器の周波数特性によってNFBになつたりPFBになつたりすることが原因  
→周波数の変化によるループ利得(Loop gain)  $AB$ の変化が180度を超えないようにする必要がある。



# 安定な負帰還増幅器の条件

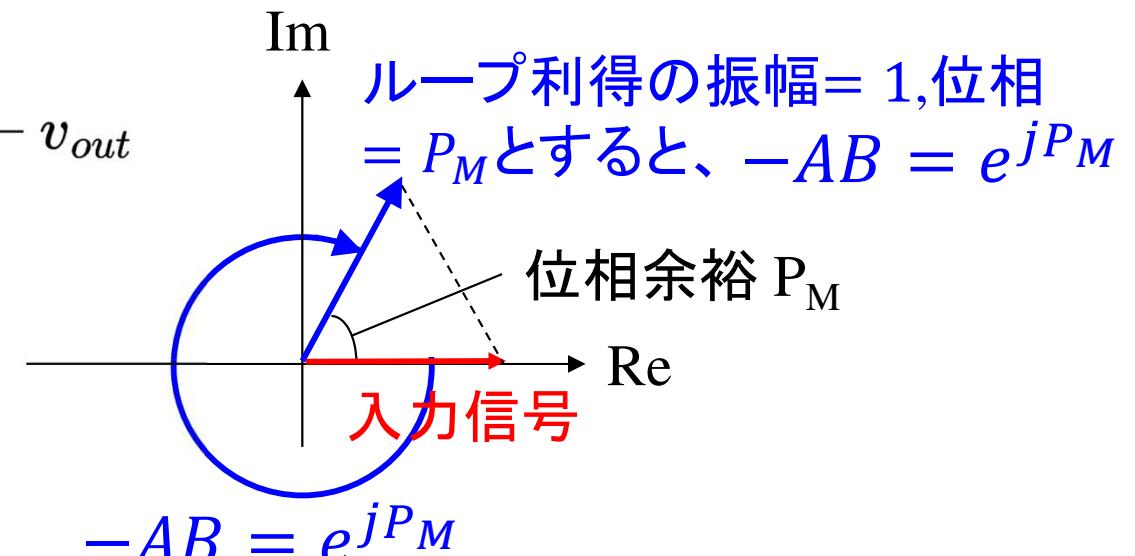


# 位相余裕 $\geq \pi/3$ rad の必要性



$$\downarrow v_e = v_{in} - ABv_e$$

$$\frac{v_e}{v_{in}} = \frac{1}{1 + AB} = \frac{1}{1 - e^{-jP_M}}$$

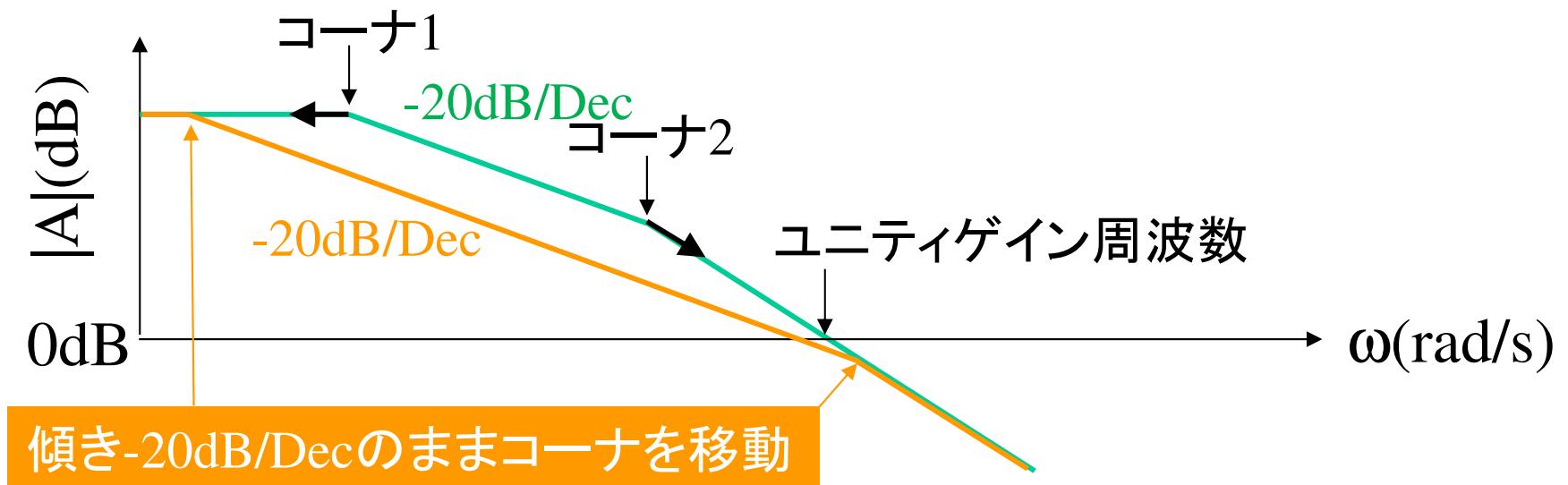


$$|1 - e^{-jP_M}| \geq 1 \quad \leftarrow |v_e/v_{in}| \leq 1 \text{ 「フィードバックによって出力振幅が増加しない」条件}$$

$$\begin{aligned} |1 - e^{-jP_M}| &= |1 - \cos P_M + j \sin P_M| \\ &= \sqrt{(1 - \cos P_M)^2 + (\sin P_M)^2} = \sqrt{2 - 2 \cos P_M} \geq 1 \end{aligned} \rightarrow 2 \cos P_M \leq 1$$

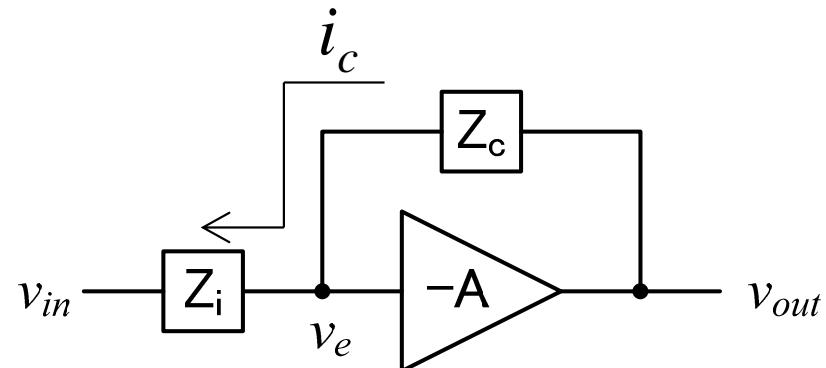
# 位相補償

コーナ1個当たり90度の位相変化が起こる。2段以上の増幅回路は、各段でコーナを1個以上持ち、全体で180度以上の位相変化が起こるので、位相余裕または利得余裕を残すための仕組みとして位相補償(Phase compensation)を行う。



位相補償にはいろいろな方法がある。ここでは、簡便なフィードバックによるコーナの移動を説明する。

# 位相補償の例 1



利得 =  $-A$  の増幅回路のコーナを変更するため  $Z_i$  と  $Z_c$  で、出力信号をフィードバックする(一般的にフィードバックは、伝達関数の分母の形に影響を与える)。

$$\begin{cases} v_e - v_{in} = Z_i i_c \\ v_{out} - v_e = Z_c i_c \\ v_{out} = -A v_e \end{cases} \Rightarrow i_c = \frac{1}{Z_c} \left( 1 + \frac{1}{A} \right) v_{out} \cong \frac{1}{Z_c} v_{out} \quad (A \gg 1)$$

$$A = \frac{A_0}{(1 + j \omega / \omega_{p1})(1 + j \omega / \omega_{p2})} \leftarrow \text{コーナが2個}$$

$$Gain = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{-A}{1 + \frac{Z_i}{Z_c} A} = \frac{-A_0}{(1 + s/\omega_{p1})(1 + s/\omega_{p2}) + \boxed{\frac{Z_i}{Z_c} A_0}}$$

追加

# 位相補償の例2

$$\begin{aligned}
 Gain &= \frac{-A_0}{(1 + s/\omega_{p1})(1 + s/\omega_{p2}) + \frac{Z_i}{Z_c} A_0} \\
 &= \frac{-A_0}{1 + s\left(\frac{1}{\omega_{p1}} + \frac{1}{\omega_{p2}}\right) + \frac{s}{\omega_{p1}} \frac{s}{\omega_{p2}} + \frac{Z_i}{Z_c} A_0} \quad \text{← } \begin{array}{l} \text{ωの次数(ボーデ線図の傾き)} \\ \text{を変えないで}\omega_{p2}\text{を}x\text{倍に変更} \end{array} \\
 &= \frac{-A_0}{1 + s\left(\frac{1}{\omega_{p1}/x} + \frac{1}{\omega_{p2} \cdot x}\right) + \frac{s}{\omega_{p1}} \frac{s}{\omega_{p2}} + s\left(\frac{1-x}{\omega_{p1}} + \frac{1-\frac{1}{x}}{\omega_{p2}}\right) + \frac{Z_i}{Z_c} A_0} \\
 \text{従って、 } & s\left(\frac{1-x}{\omega_{p1}} + \frac{1-\frac{1}{x}}{\omega_{p2}}\right) + \frac{Z_i}{Z_c} A_0 = 0 \quad \text{とすればよい。} \\
 Z_i = R_i, \quad & Z_c = \frac{1}{sC_c} \quad \text{のとき、} \quad \frac{Z_i}{Z_c} A_0 = sC_c R_i A_0 = -s\left(\frac{1-x}{\omega_{p1}} + \frac{1-\frac{1}{x}}{\omega_{p2}}\right)
 \end{aligned}$$

# (クイズ) 位相補償回路の設計

$\omega_{p1} = 1\text{MEGrad/s}$ ,  $\omega_{p2} = 10\text{MEGrad/s}$ ,  $A_0 = 40\text{dB}$ ,  $R_i = 3.7\text{MEG}\Omega$  の増幅回路のコーナを変更する。 $\omega_{p2} = 100\text{MEGrad/s}$ にするためには、 $C_c$ を何F(ファラッド)にすればよいか。

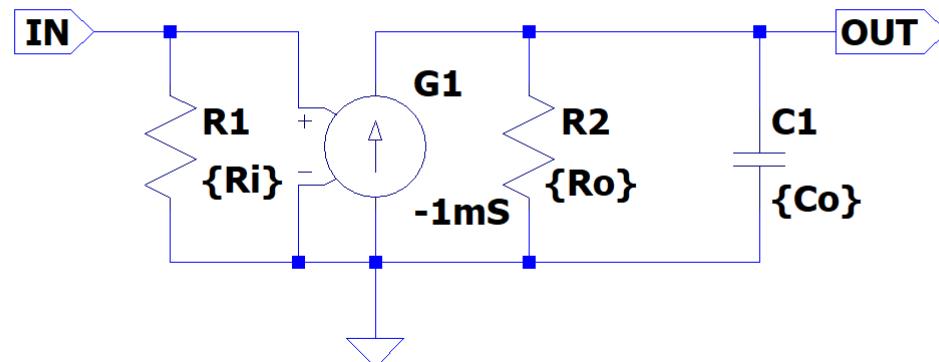
# 課題6.1

1. NFBによる周波数特性の変更を確認するため、シミュレーション手順2に示すCircuit1(上側)とCircuit2(下側)のシミュレーションを実施し、電圧利得の振幅特性と位相特性をグラフに示せ。
  - インピーダンスバッファ(利得1倍の増幅器)の作り方は、課題5.1 手順1を参照
  - 回路図と結果のグラフを示すこと。
  - ネットリストを示すこと(レポートに貼り付けても、別ファイルでもよい)。
2. Circuit1、Circuit2のそれぞれについて、 $R_f = 2k\Omega, 10k\Omega, 100k\Omega$ の場合の直流利得、遮断周波数、GBPをシミュレーションで求めて表に示せ。
3. Circuit1、Circuit2のそれぞれについて、 $R_f = 2k\Omega$ の場合の電圧利得の絶対値の理想値( $A = \infty$ )に対して、シミュレーション結果に含まれる相対誤差の絶対値の周波数依存性をグラフに示せ。
4. 正常にシミュレーションができていれば、Circuit1の誤差率は数10%以上になる。Circuit1の誤差の原因について考察せよ。
5. Circuit2の誤差は小さいが、ゼロにはならない。Circuit2の誤差の原因として考えられる要因を3つ示せ。シミュレーションの許容相対誤差のデフォルト値は、0.001であることも考慮すること。  
23

# シミュレーション手順1

## 反転増幅回路モデルの作成

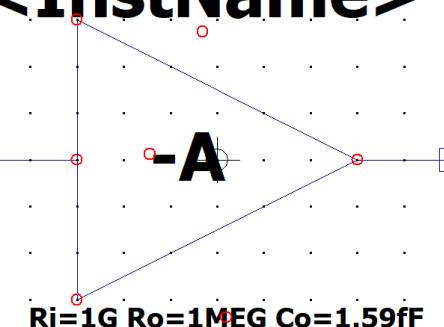
回路図



ファイル名：inv\_amp.asc

シンボル

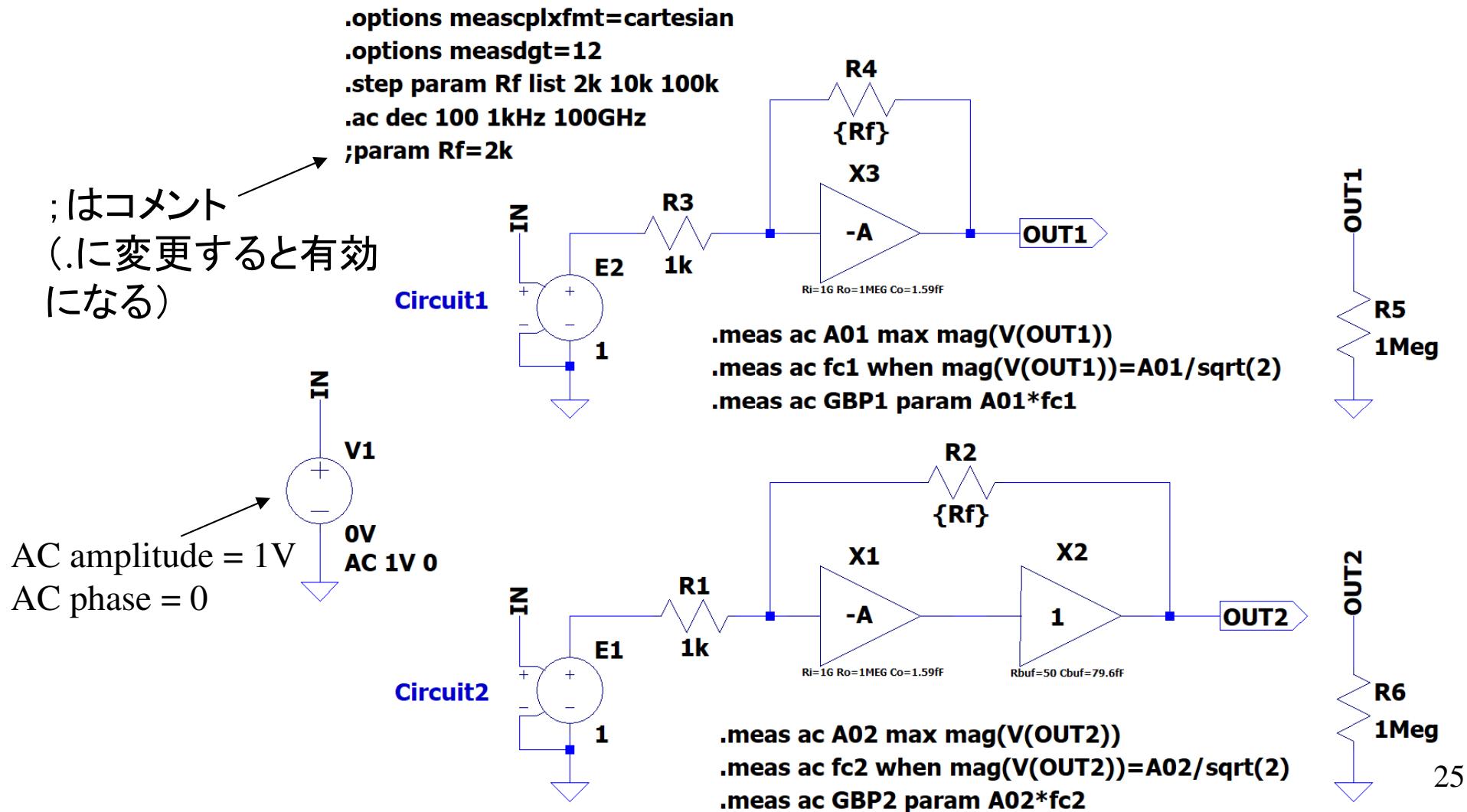
<InstName>



ファイル名：inv\_amp.asy

# シミュレーション手順2

## 測定回路の作成



# シミュレーション手順3

1. 測定回路のシミュレーションの実行
  - .step param Rf list 2k 10k 100k により(;stepを.stepに変更)、R2, R4の値を3段階に変更
  - OUT1とOUT2の特性を見分けやすくするために、別のPanelに表示させる
2. 電圧利得の誤差率の測定
  - .step param Rf list 2k 10k 100k の .step を ;stepに変更し(;はコメントを表す)、;param Rf=2k を .param Rf=2k に変更(コメントを外して実行させる)してから、シミュレーションを行う
  - 各Paneの左側目盛り数字を右クリックして、Representation欄をLogarithmicに設定
  - 各Paneの右側目盛り数字を右クリックして、Don't plot phaseボタンをクリック
  - グラフのV(out1)の文字を右クリックして、abs(mag(V(out1))-2)
  - V(out2)も同様に変更

(参考)  $R_1, R_2 = 2k\Omega$ なので、理論値( $A = \infty$ )の電圧利得は、2(倍)である。  
 $\text{abs}((\text{mag}(V(\text{out1})/1)-2)/2)$ により、 $V(\text{out1})$ の相対誤差が求められる。

# 第6章のまとめ

- 増幅器にフィードバックを適用することにより各種の機能や特性の変更が可能になる
  - NFBにより、回路の安定化、伝達関数の設計などができる
  - PFBにより、双安定性、発振などの機能を実現することができる
- 増幅器にNFBを適用する場合は安定性に注意が必要
  - 周波数によって180度以上位相変化する増幅回路にNFBを加えると、異なる周波数でNFBとPFBが起こり、回路が安定動作しない
  - 回路を安定化するためには、ループ利得の位相余裕または利得余裕の条件を満足させる必要がある
  - 2段以上の増幅回路では、位相余裕、利得余裕を満足するために位相補償回路を追加する